प्रश्न पत्र का ब्लू प्रिंट

कक्षा – 10

विषय – गणित

समय : 3 घण्टे पूर्णांक : 100

स. क्र.	इकाई क्र.	इकाई	इकाई पर आंवटित अंक	वस्तुनिष्ठ प्रश्न	अंक एवं प्रश्नों की संख्या			इकाई वार प्रश्नों की संख्या
				01 अंक	04 अंक	05 अंक	06 अंक	
1.	1.	दो चर राशियों का रैखिक समीकरण	10	2	2	-	-	2
2.	2.	बहुपद एवं परिमेय व्यंजक	07	2	-	1	-	1
3.	3.	अनुपात एवं समानुपात	05	1	1	-	-	1
4.	4.	वर्ग समीकरण	10	1	1	1	-	2
5.	5.	वाणिज्यिक गणित	08	3	-	1	-	1
6.	6.	समरूप त्रिभुज	08	2	-	-	1	1
7.	7.	वृत्त	10	4	-	-	1	1
8.	8.	रचनाएँ	05	-	-	1	-	1
9.	9.	त्रिकोणमिति	10	5	-	1	-	1
10.	10.	ऊँचाई एवं दूरी	05	1	1	-	-	1
11.	11.	क्षेत्रमिति	10	2	2	-	-	2
12.	12.	सांख्यिक, प्रायिकता कंडिका, पुनरावृत्ति	12	2	1	-	1	2
		योग	100	25	08	05	03	16

निर्देश :–

1. सभी प्रश्न हल करने हैं।
2. प्रश्न क्र.–1 वस्तुनिष्ठ प्रकार के 25 प्रश्न दिए जा रहे हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 01 अंक निर्धारित है। प्रश्नों में सही विकल्प एवं रिक्त स्थानों की पूर्ति आदि प्रकार के प्रश्नों का समावेश करें।
3. प्रश्न–2 से 17 तक सभी प्रश्न हल करने हैं। प्रत्येक प्रश्न के अंक उनके सम्मुख दर्शाये गये हैं। सभी प्रश्नों में विकल्प दिया जाना है। प्रत्येक प्रश्नों में विकल्प समान इकाई एवं समान स्तर के रहेंगे।
4. प्रश्नों का कठिनाई स्तर पर सरल 50%, सामान्य 35% एवं कठिन 15% दिया जाना है।

आदर्श प्रश्न पत्र
कक्षा – 10वी
विषय – गणित

निर्देश –

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य है।

(ii) प्रश्न क्र. 1 के पांच खण्ड **A,B,C,D,** और **E** है। प्रत्येक खण्ड में 5–5 प्रश्न है तथा प्रत्येक के लिए 1–1 अंक निर्धारित है।

(iii) **A** व **B** खण्ड में वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न है। सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए।

(iv) प्रश्न क्र. 2 से 17 तक के लिए आन्तरिक विकल्प दिए गए है।

(v) जहाँ आवश्यक हो रेखाचित्र बनाए।

(vi) प्रत्येक प्रश्न के लिए आंवटित अंक उसके सम्मुख अंकित है।

प्रश्न 1 :– सही विकल्प चुनकर उत्तरपुस्तिका में लिखिए (5)

(A) (i) दो संख्याओं का योग 100 है तथा पहली संख्या दूसरी से 2 अधिक है, तो संख्याएँ होगी

(a) 51,49 (b) 53,47
(c) 48,52 (d) 10,90

(ii) रैखिक समीकरण $a_1x+b_1y=c_1$, $a_2x+b_2y=c_2$ का एक अद्वितीय हल होगा, यदि

(a) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
(c) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (d) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(iii) वह बीजीय व्यंजक जिसके प्रत्येक पद में दिये गये चर का घात धन पूर्णांक होती है उसे कहते है –

(a) द्विपद (b) त्रिपद
(c) बहुपद (d) अचर पद

(iv) परिमेय व्यंजक $\frac{-x^3-2x}{x^2+3}$ का योज्य प्रतिलोम होगा –

(a) $\frac{-x^3+2x}{x^2+3}$ (b) $\frac{-x^3-2x}{x^2-3}$
(c) $\frac{x^3+2x}{x^2+3}$ (d) $\frac{x^3-2x}{x^2-3}$

(v) निम्न में x का मान होगा –

$2:3::x:6$

(a) 4 (b) 6
(c) 8 (d) 10

1 (B) सही विकल्प चुनकर उत्तरपुस्तिका में लिखिए। (5)

(i) वर्ग समीकरण $ax^2+bx+c=0$ के मूल वास्तविक और बराबर होते है यदि
(a) $b^2-4ac=0$ b $b^2-4ac>0$
(c) $b^2-4ac<0$ d इसमें से कोई नहीं

(ii) $\frac{1}{\sec^2\theta}+\frac{1}{\cos^2\theta}$ का मान होगा
(a) $\cos^2\theta$ (b) $\sin^2\theta$
(c) 1 (d) 0

(iii) वृत्त की एक ही खण्ड (अवधा) के कोई दो कोण होते है –
(a) समकोण (b) बराबर
(c) बराबर नहीं (d) इनमें से कोई नहीं

(iv) वृत्त की सबसे बड़ी जीवा होती है –
(a) त्रिज्या (b) व्यास
(c) चाप (d) कोण

(v) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती है –
(a) एक (b) दो
(c) तीन (d) चार

1 (C) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये। (5)

(i) $\sin(90-\theta)$ का मान होगा ....
(ii) एक घन के विकर्ण की लंबाई $10\sqrt{3}$ से.मी. है घन की एक कोर की लंबाई .... होगी।
(iii) यदि दो त्रिभुजों की संगत भुजाऐं अनुपातिक हो, वह त्रिभुज .... होते है।
(iv) $\sqrt{1-\cos^2\theta}$ का मान होगा ....
(v) यदि किसी समय एक मीनार की ऊँचाई एवं उसकी छाया की लंबाई समान हो तो उस समय सूर्य का उन्नयन कोण .... होगा।

1 (D) सही जोड़िया बनाइयें। (5)

(i)	$\tan 30°$	(i)	समबाहु
(ii)	$\sin^2 63 + \cos^2 63$	(ii)	$\frac{4\pi}{3}(r_1^3 - r_2^3)$
(iii)	त्रिभुज समरूप होते	(iii)	$90°$
(iv)	गोलीय कोष के आयतन का सूत्र	(iv)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
(v)	अर्द्ध वृत्त का कोण	(v)	1

1 (E) निम्नलिखित में सत्य/असत्य छांटकर लिखिए। (5)

(i) प्रायिकता का मान 0 और 1 के बीच होता है।

(ii) लघुत्तर विधि से समान्तर माध्य निकालने का सूत्र $A + \frac{\Sigma fdx}{\Sigma f}$ है।

(iii) घसारा या मूल्य ह्रास वस्तु की समय के साथ मूल्य में कमी को कहते है।

(iv) आयकर अप्रत्यक्ष कर है।

(v) व्यवसायिक कर केन्द्र शासन को देय होता है।

प्रश्न 2 :— निम्नलिखित को आलेखी विधि से हल कीजिये। (4)

$y = 2x + 1$

$3x + 2y = 9$

अथवा

निम्न समीकरण निकाय को प्रतिस्थापन विधि द्वारा हल कीजिये।

$2x - y = -1$

$2x + 3y = 11$

प्रश्न 3 :— पिता की आयु पुत्र की आयु की तिगुनी है। पाँच वर्ष बाद पिता की आयु पुत्र की आयु की ढाई गुनी रह जाएगी। पिता तथा पुत्र की वर्तमान आयु बताइये। (4)

अथवा

दो अंको वाली संख्या और अंको के क्रम को उलट देने पर प्राप्त हुई संख्या का योगफल 121 है तथा एक अंक दूसरे से 3 अधिक है। संख्या ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4 :— यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ हो तो सिद्ध करो कि, (4)

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2$$

अथवा

यदि $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{a+b}$ हो तो सिद्ध करो कि,

$$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z = 0$$

प्रश्न 5 :— निम्न समीकरण को सूत्र विधि से हल कीजिए। (4)

$3y^2 = y + 1$

अथवा

वर्ग समीकरण बनाइये जिनके मूल निम्नलिखित है —

$\frac{3+\sqrt{5}}{3}, \frac{3-\sqrt{5}}{3}$

प्रश्न 6 :— एक मीनार के आधार से 20 मीटर दूर भूमि पर स्थित एक बिन्दु से मीनार की चोटी का उन्नयन कोण $30°$ है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए $(\sqrt{3} = 1.732)$ (4)

अथवा

एक व्यक्ति किसी बिजली के खम्भे के शिखर से देखता है कि धरातल के एक बिन्दु का अवनमन कोण $60°$ है। यदि खंबे के पाद से बिन्दु की दूरी 25 मी. हो तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7 :— यदि a लंबाई, b चौड़ाई और c ऊँचाई वाले घनाभ का आयतन V हो तथा संपूर्ण पृष्ठ S हो तो सिद्ध करे $\frac{1}{V} = \frac{2}{S}(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$ (4)

अथवा

एक बेलन के आधार को व्यास 14 सेमी. और ऊँचाई 20 सेमी. है। बेलन का संपूर्ण पृष्ठ एवं आयतन ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8 :— एक शंक्वाकार तंबू की ऊँचाई 10 मी. और इसके आधार की त्रिज्या 24 मी. है। तंबू के फर्श पर भी केनवास बिछा है फर्श सहित तंबू को बनाने में कितना केनवास लगेगा। (4)

अथवा

8 सेमी. त्रिज्या के लोहे के गोले को गलाकर 1 सेमी. त्रिज्या के कितने गोले बनाए जा सकते है।

प्रश्न 9 :— निम्नलिखित तालिका से माध्यिका की गणना कीजिए। (4)

मजदूरी (रू. में)	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35	35—40
मजदूरों की संख्या	4	6	8	5	3	2

अथवा

किसी पाँसे (die) को एक बार उछालने पर सम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10 :— गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए। (5)

$x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$

अथवा

यदि $R = \frac{x+2}{x-2}$ और $S = \frac{x}{x^2 - 4}$ तो R.S का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11 :— दो क्रमागत प्राकृत संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनके वर्गो का योग 313 है। (5)

अथवा

एक समकोण त्रिभुज की समकोण बनाने वाली भुजाएँ (सेमी. में) x तथा $(x+1)$ है यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 6 वर्ग सेमी. है। त्रिभुज की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12 :— 1500 रू. का 5% प्रतिवर्ष की दर से 3 वर्षो का चक्रवृद्धि ब्याज व मिश्रधन सूत्र विधि से ज्ञात कीजिए। (5)

अथवा

एक वाशिंग मशीन 6400 रू. नगद या 1400 रू. आंशिक भुगतान देकर व 3 मासिक किश्त प्रत्येक 1717 रू. पर मिलती है। तो किश्त योजना में किस दर से ब्याज लिया जा रहा है, ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13 :— एक चक्रीय चतुर्भुज की रचना कीजिए जिसमें AC=4 सेमी. $\angle ABC = 90°$ AB=1.5 सेमी. AD=2 सेमी. है। (5)

अथवा

एक त्रिभुज के परिवृत्त की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ 6 सेमी. 6.5 सेमी., 7 सेमी. है। वृत्त की त्रिज्या भी मापें।

प्रश्न 14 :— सिद्ध कीजिए— (5)

$$\frac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta - 1} + \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए $\sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}} = \operatorname{cosec} A - \cot A$

प्रश्न 15 :— दो समद्विबाहु त्रिभुजों के शीर्ष कोण समान है उनके क्षेत्रफल का अनुपात 9 : 16 है। उनके शीर्ष लम्बों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (6)

अथवा

यदि किसी त्रिभुज में कोई सरल रेखा उसकी दो भुजाओं को समान अनुपात में विभक्त करें तो वह तीसरी भुजा के समान्तर होती है, सिद्ध कीजिए।

प्रश्न 16 :— PAB, O केन्द्र के एक वृत्त की छेदक रेखा है जो वृत्त को A एवं B पर काटती है तथा PT स्पर्श रेखा है तो सिद्ध करो कि $PA.PB=PT^2$

अथवा

यदि दो वृत्त एक दूसरे को स्पर्श (अन्तः या बाहरी रूप) से स्पर्श करते है तो स्पर्श बिन्दु वृत्तों के केंद्रों को मिलाने वाली सरल रेखा पर स्थित होता है।

प्रश्न 17 :— 1996 को आधार वर्ष मानकर एक मध्यम वर्ग परिवार के बजट से निम्नलिखित जानकारी के आधार पर वर्ष के 1999 का निर्वाह खर्च सूचकांक ज्ञात कीजिए। (6)

वस्तु	मात्रा इकाई	मूल्य प्रति इकाई (रू. में)	
		1996 में	1999 में
A	08	22	25
B	12	35	40
C	05	25	30
D	15	20	25
E	10	15	20

अथवा

नीचे दिये गये आकड़ों से 1990 के आधार पर 1995 का निर्वाह खर्च सूचकांक ज्ञात कीजिए।

वस्तु	मात्रा (कि.ग्राम में)	मूल्य रू. प्रति कि.ग्रा.	
		1990 में	1995 में
A	08	30.00	45.00
B	05	28.00	36.00
C	12	06.00	11.00
D	40	09.00	15.00
E	18	10.00	12.00

मॉडल उत्तर
वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1(A)

(i) $(51, 49)$

(ii) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

(iii) बहुपद

(iv) $\frac{-x^3+2x}{x^2+3}$

(v) 4

1(B)

(i) $b^2 - 4ac = 0$

(ii) 1

(iii) बराबर

(iv) व्यास

(v) दो

1(C)

(i) $\cos\theta$

(ii) 10 सेमी.

(iii) समरूप

(iv) $\sin\theta$

(v) $45°$

1(D)

(i) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(ii) 1

(iii) समबाहु

(iv) $\frac{4\pi}{3}(r_1^3 - r_2^2)$

(v) $90°$

1(E)

(i) सत्य

(ii) असत्य

(iii) सत्य

(iv) असत्य

(v) असत्य

प्रश्न 2 :—

$y = 2x + 1$

$3x + 2y = 9$

$y = 2x + 1$ ....(I)

$x = 0$ रखने पर

$y = 2(0) + 1$

$y = 1$

x	0	-1	4	-3
y	1	-1	9	-5

(1)

$y = 2x + 1$ ....(I)

$x = -1$ रखने पर

$y = 2(-1) + 1$

$= -2 + 1$

$= -1$

समीकरण (1) में $x = 4$ रखने पर

$y = 2(4) + 1$

$y = 8 + 1$

$= 9$

समीकरण (1) में $x = -3$ रखने पर

$y = 2(x) + 1$

$y = 2(-3) + 1$

$= -6 + 1$

$= -5$

$3x + 2y = 9$ ....(II)

$x = -1$ रखने पर

$3(-1) + 2y = 9$

$-3 + 2y = 9$

$2y = 9 + 3$

$2y = 12$

$y = 6$

x	-1	1	3	5
y	6	3	0	-3

(1)

समीकरण 2 में $x = 1$ रखने पर

$3(1) + 2y = 9$

$3 + 2y = 9$

$2y = 9 - 3$

$2y = 6$

$y = 3$

समीकरण 2 में $x = 3$ रखने पर

$3(3) + 2y = 9$

$9+2y=9$

$2y=9-9$

$2y=0$

$y=0$

समीकरण 2 में $x=-5$ रखने पर (1)

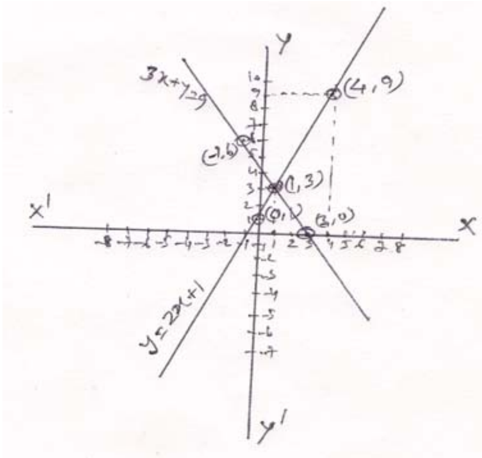
$3(-5)+2y=9$

$-15+2y=9$

$2y=9+15$

$2y=24$

$y=12$



(1)

प्रश्न 2 :— (अथवा)

$2x-y=-1$ .... (I)

$2x+3y=11$ .... (II)

समीकरण (1) से $2x-y=-1$

$2x+1=y$ .... (III)

समीकरण (2) में $y=2x+1$ रखने पर

$2x+3y=11$

$2x+3(2x+1)=11$

$2x+6x+3=11$

$8x=11-3$

$8x=8$ (2)

$x=8/8=1$

$x=1$ समीकरण (3) में रखने पर

$y=2x+1$

$y=2(1)+1$ (1)

$=2+1$

$y=3$

Ans : $x=1$ (1)

$y=3$

प्रश्न 3 :—

माना कि पिता की वर्तमान आयु $= x$ वर्ष हैं।

पुत्र की वर्तमान आयु $= y$ वर्ष है।

प्रश्नानुसार $x = 3y$

$x - 3y = 0$ .... (I)

पाँच वर्ष बाद पिता की आयु पुत्र की आयु की ढाई गुना रह जायेगी।

पाँच वर्ष बाद पिता की आयु $= (x+5)$ वर्ष

पाँच वर्ष बाद पुत्र की आयु $= (y+5)$ वर्ष

प्रश्नानुसार

$x + 5 = 2\frac{1}{2}(y+5)$

$x + 5 = \frac{5}{2}(y+5)$

$2x + 10 = 5y + 25$

$2x - 5y = 25 - 10$

$2x - 5y = 15$ .... (II) (2)

$x - 3y = 0$

$x = 3y$

$2x - 5y = 15$

$x = 3y$ रखने पर

$2x - 5y = 15$

$2(3y) - 5y = 15$

$6y - 5y = 15$

$y = 15$

y का मान समीकरण 1 में रखने पर (1)

$x = 3y$

$x = 3 \times 15$

$x = 45$

पिता की आयु = 45 वर्ष (1)

पुत्र की आयु = 15 वर्ष

प्रश्न 3 :— (अथवा)

माना कि दहाई का अंक = x (1)

इकाई का अंक = y है

तब प्रश्नानुसार संख्या होगी $= 10x + y$

अंको को उलटने पर प्राप्त संख्या $= x + 10y$

प्रश्नानुसार

$(10x + y) + (10y + x) = 121$

$10x + y + 10y + x = 121$

$11x + 11y = 121$

$x + y = 11$ .... (I)

द्वितीय शर्त के अनुसार

$x - y = \pm 3$ .... (II)

धनात्मक चिन्ह लेने पर

$x + y = 11$

$x - y = 03$ जोड़ने पर

$2x = 14$

$x = 7$

$x - y = 03$

$7 - y = 3$

$-y = 3 - 7$

$-y = -4$

$y = 4$ (2)

$y = 4$ समीकरण (1) में रखने पर

$x + y = 11$

$x + 4 = 11$

$x = 11 - 4 = 7$

अतः संख्या 74 होगी।

पुनः $x + y = 11$

$x - y = -3$ ऋणात्मक चिन्ह लेने पर

$2x = 8$

$x = 4$

$x = 4$ रखने पर

$x + y = 11$

$4 + y = 11$

$y = 11 - 4 = 7$ (1)

संख्या 47

Ans = 74 अथवा 47

प्रश्न 4 :—

$$x = \frac{4ab}{a+b}$$

$$x = \frac{2a \times 2b}{a+b}$$

$$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$$ एकान्तरानुपात से

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{2b+a+b}{2b-(a+b)}$$ योगान्तरानुपात से

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{2b-a-b}$$ (1)

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$$ .... (I)

पुनः $x = \dfrac{2a \times 2b}{a+b}$

$$\frac{x}{2b}=\frac{2a}{a+b}$$ एकान्तरानुपात से

$$\frac{x+2a}{x-2a}=\frac{2a+a+b}{2a-(a+b)}$$ योगान्तरानुपात से

$$\frac{x+2a}{x-2a}=\frac{3a+b}{2a-a-b}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a}=\frac{3a+b}{a-b}$$ .... (II) (1)

समीकरण (I) और (II) को जोड़ने पर

$$\frac{x+2a}{x-2a}+\frac{x+2b}{x-2b}=\frac{3b+a}{b-a}+\frac{3a+b}{a-b}$$

$$=\frac{3b+a}{b-a}-\frac{3a+b}{b-a}$$

$$=\frac{3b+a-(3a+b)}{(b-a)}$$ (1)

$$=\frac{3b+a-3a-b}{b-a}$$

$$=\frac{(2b-2a)}{(b-a)}$$

$$=\frac{2(b-a)}{(b-a)}$$ (1)

$$\frac{x+2a}{x-2a}+\frac{x+2b}{x-2b}=2$$ सिद्ध हुआ

प्रश्न 4 :– (अथवा)

(1)

$$\frac{x}{b+c}=\frac{y}{c+a}=\frac{z}{a+b}=k$$

$x=k(b+c)$

$y=k(c+a)$

$z=k(a+b)$

L.H.S $=(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z$

$=(b-c)k(b+c)+(c-a)k(c+a)+(a-b)k(a+b)$ (2)

$k(b-c)(b+c)+k(c-a)(c+a)+k(a-b)(a+b)$

$k[(b-c)(b+c)+(c-a)(c+a)+(a-b)(a+b)]$

$k[b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2]$

$k\times 0$

$=0$ R.H.S (1)

L.H.S=R.H.S

प्रश्न 5 :–

$3y^2=y+1$

$3y^2-y-1=0$ (1)

a=3, b=-1, c=-1

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(3)(-1)}}{2 \times 3}$$ (2)

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{6}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

Ans $\frac{1+\sqrt{13}}{6}, \frac{1-\sqrt{13}}{6}$ (1)

प्रश्न 5 :– (अथवा)

$$\alpha = \frac{3+\sqrt{5}}{3}$$ (1)

$$\beta = \frac{3-\sqrt{5}}{3}$$

मूलो का योग $= \alpha + \beta = \frac{3+\sqrt{5}}{3} + \frac{3-\sqrt{5}}{3}$

$$= \frac{3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$ (1)

मूलों का गुणा $= \alpha\beta = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{3}\right)\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{9-5}{9}$

$$\alpha\beta = \frac{4}{9}$$ (1)

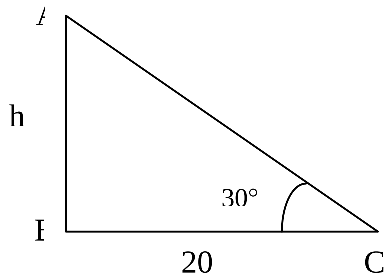
$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - 2x + \frac{4}{9} = 0$$

$$9x^2 - 18x + 4 = 0$$

Ans $= 9x^2 - 18x + 4 = 0$

प्रश्न 6 :–



माना कि मीनार का ऊँचाई $AB = h$ मीटर हैं। (1)

$BC = 20$ मीटर

ΔABC में

$\tan 30° = \frac{AB}{BC}$ (2)

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{20}$

$h\sqrt{3} = 20$

$h = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

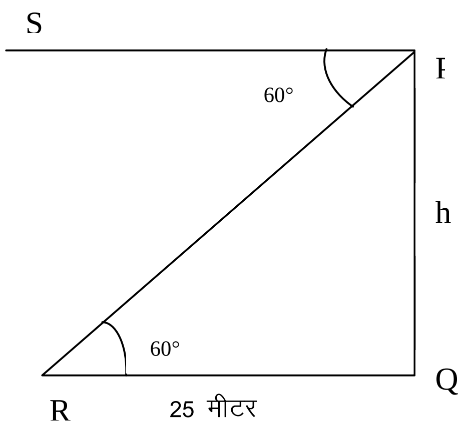
$= \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{20 \times 1.732}{3}$

$= \frac{34.64}{3}$

$= 11.546$ मीटर

मीनार की ऊँचाई 11.546 मीटर (1)

प्रश्न 6 :– (अथवा)



(1)

माना कि खम्बें की ऊँचाई $= h$ मीटर हैं

दिया गया है $\angle RPS = 60° = \angle PRQ$ (एकान्तर कोण)

$RQ = 25$ मीटर

ΔPQR में

$\tan 60° = \frac{h}{25}$ (2)

$\sqrt{3} = \frac{h}{25}$

$h = 25\sqrt{3} = 25 \times 1.732$

$= 43.3$

Ans $= 43.3$ मीटर (1)

प्रश्न 7 :–

$$\frac{1}{v}=\frac{2}{s}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$ (1)

$$\text{R.H.S} =\frac{2}{s}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$=\frac{2}{s}\left(\frac{bc+ca+ab}{abc}\right)$$

$$s=2(ab+bc+ca)$$ (2)

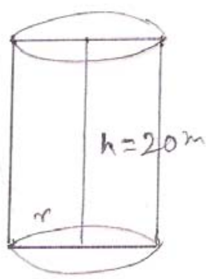
$$v=abc$$

$$=\frac{s}{sv}$$

$$=\frac{1}{v}=\text{L.H.S.}$$ (1)

R.H.S= L.H.S.

प्रश्न 7 :– (अथवा)



दिया गया है :– (1)

$$D=14cm.$$

$$r=\frac{14}{2}=7cm.$$

$$h=20cm.$$

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ $=2\pi r(r+h)$

$$=2\times\frac{22}{7}\times 7(7+20)$$

$$=44\times 27$$

$=1188$ वर्ग सेमी.

बेलन का आयतन $=\pi r^2 h$

$$=\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 20$$ (2)

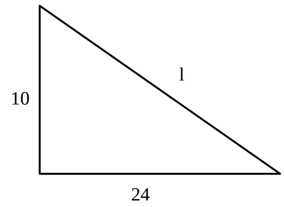
$$22\times 140$$ (1)

3080 घन सेमी.

प्रश्न 8 :–

पूरे केनवास का क्षेत्रफल = तंबू का वक्रपृष्ठ + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi r l + \pi r^2$$
$$= \pi r(l + r)$$



(1)

h=10 मीटर

r=24 मीटर

l=?

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$
$$= \sqrt{(10)^2 + (24)^2}$$
$$= \sqrt{100 + 576}$$
$$= \sqrt{676}$$

=26 मीटर

केनवास का सम्पूर्ण क्षेत्र $= \frac{22}{7} \times 24(24 + 26)$ (2)

$$= \frac{22 \times 24 \times 50}{7}$$
$$= \frac{26400}{7}$$

= 3771.4 वर्गमीटर (1)

प्रश्न 8 :– (अथवा)

गोले की त्रिज्या = 8 cm.

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 8 \times 8 \times 8$$
$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 8$$

$= \frac{45056}{21}$ घन सेमी. (2)

गोले की त्रिज्या =1 सेमी.

गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}(1)^3$$

$= \frac{88}{21} \times 1 \times 1 \times 1$ (1)

$= \frac{88}{21}$ घन सेमी.

गोलों की संख्या $= \frac{\frac{45056}{21}}{\frac{88}{21}}$

$= \frac{45056}{21} \times \frac{21}{88}$ (1)

$= 512$ गोले

प्रश्न 9 :—

वर्ग अंतराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता	
10-15	4	4	
15-20	6	10	
20-25	8	18	(1)
25-30	5	23	
30-35	3	26	
35-40	2	28	

यहाँ N=28

$\frac{N}{2} = \frac{28}{2} = 14$

अतः 14 वा पद वर्ग अंतराल 20-25 में स्थित है

$l = 20, F = 10, f = 8, h = 5$

$m = l + \left[\frac{\frac{N}{2} - F}{f}\right] \times h$

$= 20 + \left[\frac{14-10}{8}\right] \times 5$ (2)

$= 20 + \left[\frac{4}{8} \times \frac{5}{1}\right]$

$= 20 + \frac{5}{2} = 20 + 2.5$ (1)

$= 22.5$ उत्तर

प्रश्न 9 :— (अथवा)

पांसे को एक बार फेंकने पर 6 सम्भावनाएँ हो सकती है (1)

कुल सम्भावनाएँ = 6

कुल सम संख्याएँ (2,4,6) = 3 (1)

अतः अनुकूल स्थिति = 3

अतः $P(E) = \dfrac{\text{कुल अनुकूल स्थिति}}{\text{कुल स्थिति}}$ (1)

$= \dfrac{3}{6}$

$= \dfrac{1}{2}$ उत्तर (1)

प्रश्न 10 :–

$x(y^2 z^2) + y(z^2 + x^2) + z(x^2 - y^2)$

$= xy^2 - xz^2 + yz^2 - yx^2 + zx^2 - zy^2$

x की घातों को अवरोही क्रम में लिखने पर (1)

$= -yx^2 + zx^2 + xy^2 - xz^2 + yz^2 - zy^2$

$= -x^2(y-z) + x(y^2 - z^2) + yz(z-y)$

$= -x^2(y-z) + x(y-z)(y-z) + yz(y-z)$ (1)

$= (y-z)\left[-x^2 + x(y+z) - yz\right]$

$= (y-z)\left[-x^2 + xy + xz - yz\right]$

$= (y-z)\left[-x(x-y) + z(x-y)\right]$ (2)

$= (y-z)(x-y)(z-x)$

चक्रीय क्रम में लिखने पर (1)

$= (x-y)(y-z)(z-x)$ Ans.

प्रश्न 10 :– (अथवा)

$R = \dfrac{x+2}{x-2}$ और $S = \dfrac{x}{x^2-4}$ तो R.S का मान ज्ञात करना है

$R.S = \dfrac{x+2}{x-2} \times \dfrac{x}{x^2-4}$ (2)

$R.S = \dfrac{x+2}{x-2} \times \dfrac{x}{(x+2)(x-y)} = \dfrac{x}{(x-2)^2}$ (2)

$R.S = \dfrac{x}{(x-2)^2} = \dfrac{x}{x^2-4x+4}$ Ans. (1)

प्रश्न 11 :–

माना कि दो क्रमागत प्राकृत संख्याएँ x और (x+1) है।

$x^2 + (x+1)^2 = 313$

$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$

$2x^2 + 2x - 313 + 1 = 0$

$2x^2 + 2x - 312 = 0$ (2)

$x^2 + x - 156 = 0$

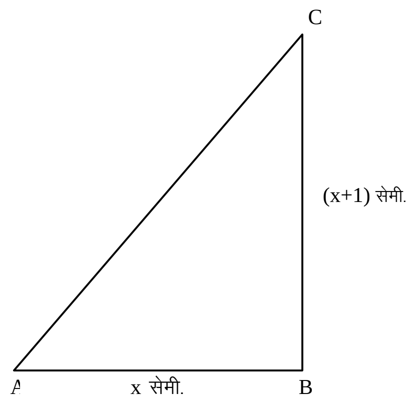
$x^2 + 13x - 12x - 156 = 0$

$x(x+13) - 12(x+13) = 0$

$(x+13)(x-12) = 0$

$x+13=0$ या $x-12=0$
$x=-13$ या $x=12$
-13 प्राकृत संख्या नहीं है
$x=12$
$x+1=12+1=13$ (2)
अतः अभीष्ट प्राकृत संख्याएँ 12 एवं 13 है।

प्रश्न 11 :– (अथवा)



ΔABC एक समकोण त्रिभुज है
जहाँ $AB = x$ सेमी.
$BC = (x+1)$ सेमी.
त्रिभुज का क्षेत्रफल = 6 वर्ग सेमी. (1)
त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times AB\times BC$

$6=\frac{1}{2}\times x(x+1)$

$6=\frac{1}{2}\times (x^2+x)$

$x^2+x=12$
$x^2+x-12=0$
$x^2+4x-3x-12=0$
$x(x+4)-3(x+4)=0$
$(x+4)(x-3)=0$
$x+4=0$ या $x-3=0$
$x=-4$ या $x=3$
$x=-4$ ऋणात्मक नहीं होती अतः $x=3$ (2)
तो त्रिभुज की भुजाएँ $x=3,\ x+1=3+1=4$
समकोण त्रिभुज ABC में $\angle B=90^\circ$ है पायथागोरस प्रमेय द्वारा
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = (3)^2+(4)^2 = 9+16$ (1)
$AC^2 = 25$
दोनों ओर वर्गमूल लेने पर
$AC=5$
अतः त्रिभुज की भुजाएँ 3 सेमी., 4 सेमी. एवं 5 सेमी. होगी। (1)

प्रश्न 12 :–

दिया है मूलधन P = 1500 रू.

दर r = 5% प्रति वर्ष

वर्ष n = 3 वर्ष हो तो

चक्रवृद्धि ब्याज CI = ? (1)

मिश्रधन A = ?

सूत्र $A = P(1+\frac{r}{100})^n$

$A = 1500(1+\frac{5}{100})^3$

$A = 1500\left(\frac{100+5}{100}\right)^3 = 1500\left(\frac{105}{100}\right)^3$

$A = 1500\left(\frac{21}{20}\right)^3$

$A = 1500 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = \frac{21\times 21\times 21\times 15}{4\times 20}$ (2)

$A = \frac{138915}{80} = 1736.43$ रू. (1)

मिश्रधन $A = 1736.43$ रू.

चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

$= 1736.43 - 1500$

चक्रवृद्धि ब्याज $= 236.43$ रू. (1)

प्रश्न 12 :– (अथवा)

दिया है मशीन का नगद मूल्य = 6400 रू.

किश्त योजना में आंशिक भुगतान = 1400 रू.

शेष राशि = 5000 रू. (1)

कुल ली गई किश्त की राशि $= 1717 \times 3 = 5151$ रू.

किश्त योजना में भुगतान किया गया कुल ब्याज = 5151-5000=151 रू.

पहले माह हेतु मूलधन = 5000 रू.

दूसरे माह हेतु मूलधन = 5000-1717=3283 रू.

तीसरे माह हेतु मूलधन = 3283-1717=1566 रू.

एक माह हेतु मूलधन = 5000+3283+1566=9849 रू. (2)

देय किश्त = तीसरे माह का मूलधन + ब्याज

= 1566+151=1717 रू. (मासिक किश्त)

यदि ब्याज की दर r % हो तो

$\text{मासिक ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$151 = \frac{9849 \times r \times 1}{100 \times 12}$ (1)

$r = \frac{151 \times 100 \times 12}{9849} = \frac{181200}{9849} = 18.39\,\%$

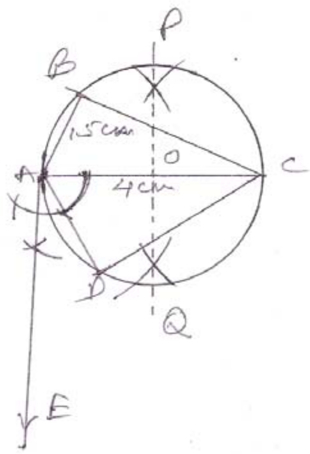
अतः किश्तों में 18.39% वार्षिक दर से ब्याज लगा। (1)

प्रश्न 13 :–

चक्रीय चतुर्भुज की रचना

दिया है AC = 4 सेमी., $\angle ABC = 90°$

AB = 1.5 सेमी., AC = 2 सेमी.



(2)

रचना :–

(1) रेखा खंड AC = 4 सेमी. खींचा

(2) बिन्दु A पर AC के नीचे की ओर $\angle CAE = 90°$ बनाया।

(3) AC का लम्ब अर्द्धक PQ खींचा।

(4) बिन्दु A पर AE लम्ब खींचा जो AC रेखा पर ही है ओर O बिन्दु से होकर जाता है।

(5) OA की त्रिज्या से O को केन्द्र मानकर एक वृत्त खींचा।

(6) A से 1.5 सेमी. की त्रिज्या लेकर चाप खींचा जो वृत्त को B पर काटता है। (3)

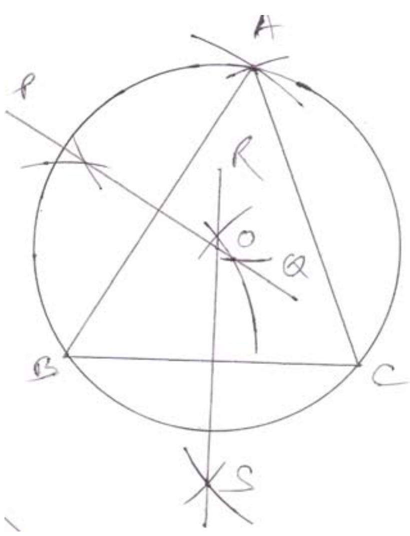
(7) A को केन्द्र लेकर व 2 सेमी. की त्रिज्या से दूसरा चाप B के विपरीत खींचा जो वृत्त को D पर काटता है।

(8) AB,AD,BC और DC को मिलाया

(9) इस प्रकार ABCD चक्रीय चतुर्भुज बना जिसका $\angle B = 90°$ है।

प्रश्न 13 :– (अथवा)

रचना :–



(2)

(1) त्रिभुज ABC की रचना करना है जिसमें BC=6 सेमी. CA=6.5 सेमी तथा AB=7 सेमी.

(2) भुजाओं BC तथा AB के लम्ब समद्विभाजक क्रमशः RS तथा PQ खीचें। दोनों भुजाओं के लम्ब समद्विभाजक बिन्दु O पर मिलते है।

(3) OB को मिलाया।

(4) बिन्दु O को केन्द्र मान तथा त्रिज्या OB लेकर एक वृत्त खींचा। जो त्रिभुज ABC से होकर बनता है। (3)

(5) इस प्रकार त्रिभुज ABC का परिवृत्त की रचना होती है। मापने पर वृत्त की त्रिज्या OB = 3 सेमी. है।

प्रश्न 14 :–

$$\frac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta-1}+\frac{\cos ec^2\theta}{\sec^2\theta-\cos ec^2\theta}=\frac{1}{\sin^2\theta-\cos^2\theta}$$

L.H.S. $$=\frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}-1}+\frac{\frac{1}{\sin^2\theta}}{\frac{1}{\cos^2\theta}-\frac{1}{\sin^2\theta}}$$

$$=\frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}}+\frac{\frac{1}{\sin^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\cos^2\theta\sin^2\theta}}$$ (2)

$$=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\times\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta-\cos^2\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}\times\frac{\cos^2\theta\sin^2\theta}{\sin^2\theta-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta-\cos^2\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta-\cos^2\theta}$$ (2)

$$=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta-\cos^2\theta} \qquad \{\sin^2\theta+\cos^2\theta=1\}$$ (1)

$$=\frac{1}{\sin^2\theta-\cos^2\theta} = \text{R.H.S}$$

प्रश्न 14 :– (अथवा)

$$\sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}}=\cos ecA-\cot A$$

L.H.S = $$\sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}}\times\sqrt{\frac{1-\cos A}{1-\cos A}}$$

$$=\frac{(\sqrt{1-\cos A})^2}{\sqrt{(1+\cos A)(1-\cos A)}}$$ (1)

$$= \frac{1-\cos A}{\sqrt{1-\cos^2 A}}$$ (2)

$$= \frac{1-\cos A}{\sqrt{\sin^2 A}}$$

$$= \frac{1-\cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}$$

$= \operatorname{cosec} A - \cot A =$ R.H.S. (2)

L.H.S.=R.H.S.

प्रश्न 15 :—

दिया गया है ΔABC तथा ΔPQR समद्विबाहू त्रिभुज है जिनमें AB=AC तथा PQ=PR एवं $\angle A = \angle P$, शीर्ष लम्ब $AL \perp BC$ तथा $PM \perp QR$ (2)

दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनके संगत शीर्ष लम्बों के वर्गो के अनुपात के बराबर होता है। अतः

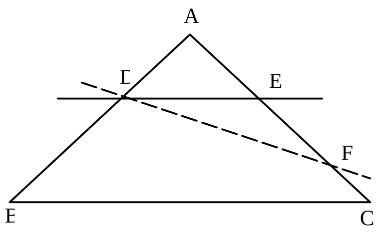
$$\frac{\text{क्षे.}\left(\Delta ABC\right)}{\text{क्षे.}\left(\Delta PQR\right)} = \frac{AL^2}{PM^2}$$ (2)

$$\frac{9}{16} = \frac{AC^2}{PM^2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{AC}{PM}$$ (2)

AL:PM = 3:4

प्रश्न 15 :— (अथवा)



(1)

दिया है :—

ΔABC में रेखा DC भुजा AB को D पर तथा भुजा AC को E पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती है कि

$$\frac{AB}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

द्ध करना है :– $DE \parallel BC$

उपपत्ति :– माना कि DE रेखा BC के समान्तर नहीं है तो D से $DF \parallel BC$ के एक अन्य रेखा खींची जा सकती है जो AC को F पर प्रतिच्छेद करती है।

$\frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC}$ .... (I) (आधारभूत अनुपातिक प्रमेय) (2)

लेकिन $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ .... (II) ज्ञात है।

(I) और (II) से

$\frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{AF}{FC} + 1 = \frac{AE}{EC} + 1$ दोनों ओर 1 जोड़ने पर

$\frac{AF + FC}{FC} = \frac{AE + EC}{EC}$ (2)

$\frac{AC}{FC} = \frac{AC}{EC}$

$FC = EC$

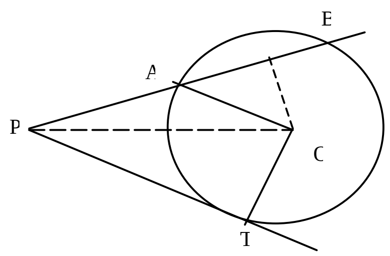
लेकिन यह तभी संभव है जब बिन्दु F एवं बिन्दु E सम्पाती हो अर्थात DF और DE सम्पाती रेखा हो।

अतः हमारी परिकल्पना असत्य है।

अर्थात $DE \parallel BC$ (1)

यही सिद्ध करना था।

प्रश्न 16 :–



(1)

दिया गया है :–

कि एक वृत्त जिसका केन्द्र O है, P कोई बाह्य बिन्दू हैं।

PAB वृत्त की छेदक रेखा है तथा PT एक स्पर्श रेखा खण्ड है

सिद्ध करना है कि :– $PA.PB = PT^2$

रचना :– $OL \perp AB$ पर तथा OA,OP तथा OT को मिलाया (1)

उत्पत्ति :–

$PA.PB = (PL - AL)(PL + LB)$

$= (PL - AL)(PL + AL)$ {AL=LB} (2)

$= (PL^2 - AL^2)$

$= (OP^2 - OL^2) - AL^2$ {समकोण Δ OLP में पाइथागोरस प्रमेय से}

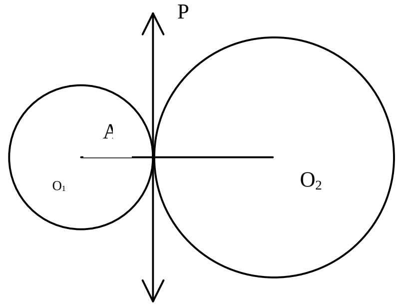
$= OP^2 - (OL^2 + AL^2)$

$= OP^2 - OA^2$ {समकोण Δ OLA में पाइथागोरस प्रमेय से}

$= OP^2 - OT^2$ {OA=OT एक ही वृत्त की त्रिज्या} (2)

$= PT^2$ {समकोण Δ OTP में पाइथागोरस प्रमेय से सिद्ध हुआ}

प्रश्न 16 :– (अथवा)



(1)

C

दिया है :–

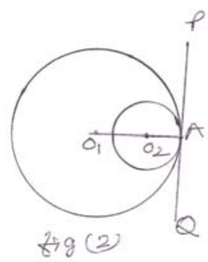
दो वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः O_1 और O_2 हैं एक दूसरे को A बिन्दू पर स्पर्श करते है

सिद्ध करना है :– O_1AO_2 या O_2 AO_1 एक सरल रेखा है। (1)

रचना :– स्पर्श बिन्दू A पर एक स्पर्श रेखा PQ खींचा जो दोनो वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है।

उपपत्ति :– चूंकि AP, O_1 केन्द्र में वृत्त की स्पर्श रेखा है $\angle PAO = 90°$

इसी प्रकार AP, O_2 केन्द्र के वृत्त की स्पर्श रेखा है $\angle PAO_2 = 90°$ (2)



आकृति (1) में

$\angle PAO_1 + \angle PAO_2 = 90 + 90 = 180°$

अतः रेखा AO_1 तथा रेखा AO_2 सम्पाति है।

अतः O_1O_2 सरल रेखा O_1AO_2 पर स्थित है।

आकृति में $\angle PAO_1 = \angle PAO_2 = 90°$

अतः O_1O_2 सरल रेखा O_1AO_2 पर स्थित है सिद्ध हुआ।

(2)

प्रश्न 17 :—

1999 का निर्वाह खर्च सूचकांक ज्ञात करना।

वस्तु	मात्रा इकाई में qoi	मूल्य प्रति (रू.) में वस्तु का कुल मूल्य (रू. में)			
		1996 में poi	1999 में pli	1996 में qoi×poi	1999 में pli×qoi
A	8	22	25	8×22=176	8×25=200
B	12	35	40	12×35=420	12×40=480
C	5	25	30	5×25=125	5×30=150
D	15	20	25	15×20=300	15×25=375
E	10	15	20	10×15=150	10×20=200
	योग			1171	1405

(4)

निर्वाह खर्च सूचकांक $= \frac{\sum pli.qoi}{\sum poi.qoi} \times 100$

$= \frac{1405}{1171} \times 100$

निर्वाह खर्च सूचकांक = 120 (लगभग) (2)

प्रश्न 17 :— (अथवा)

1995 का निर्वाह खर्च सूचकांक ज्ञात करना।

वस्तु	मात्रा (कि.ग्रा. में) qoi	मूल्य रू. प्रति कि.ग्राम			
		1990 में poi	1995 में pli	1990 में qoi×poi	1995 में pli×qoi
A	8	30.00	45.00	8×30=240	8×45=360
B	5	28.00	36.00	5×28=140	5×36=180
C	12	06.00	11.00	12×06=072	12×11=132
D	40	09.00	15.00	40×09=360	40×15=600
E	18	10.00	12.00	18×10=180	18×12=216
	योग			992	1488

(4)

निर्वाह खर्च सूचकांक $= \frac{\sum pli.qoi}{\sum poi.qoi} \times 100$

$= \frac{1488}{992} \times 100$

निर्वाह खर्च सूचकांक = 150 (लगभग) (2)